

| Grade:10| Mathematics Olympiad 奧數 奧数|

Max Marks: 200

滿分: 200

满分: 200

Time Allotted: 60 Mins

時限: 60 分鐘

时限: 60 分钟

Instructions:

➤ Question number 1 to 20 are of short answer type.

第 1 至 20 題為簡答題。

第 1 至 20 题为简答题。

➤ Each question carries 10 Marks.

每題 10 分。

每题 10 分。

1.

Let the p th, q th and r th terms of an A.P are a , b and c be respectively, then calculate $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q)$.

一個等差數列的第 p 、 q 、 r 項分別為 a 、 b 、 c ，計算 $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q)$ 。

一个等差数列的第 p 、 q 、 r 项分别为 a 、 b 、 c ，计算 $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q)$ 。

2.

If one of the roots of the equation $x^2 + ax + 3 = 0$ is 3 and one of the roots of the equation $x^2 + ax + b = 0$ is three times the other root, then what is the value of b ?

若方程式 $x^2 + ax + 3 = 0$ 的一個根為3，且方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 的一個根是另一個根的三倍，求 b 的值。

若方程式 $x^2 + ax + 3 = 0$ 的一个根为3，且方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 的一个根是另一个根的三倍，求 b 的值。

3.

Bag P contains 2 black and 3 red pens, while bag Q contains 3 black and 4 red pens. Out of these two bags one is selected at random; and the probability of choosing bag P is double that of bag Q. If a red pen is drawn from the selected bag, then find the probability that it has come from bag Q.

袋子 P 中有 2 支黑色和 3 支紅色筆，袋子 Q 中有 3 支黑色和 4 支紅色筆。從這兩個袋子中隨機選擇一個，選擇袋子 P 的概率是選擇袋子 Q 的兩倍。如果從選中的袋子中抽出一支紅色筆，求這支紅筆來自袋子 Q 的概率。

袋子 P 中有 2 支黑色和 3 支紅色筆，袋子 Q 中有 3 支黑色和 4 支紅色筆。從這兩個袋子中隨機選擇一個，選擇袋子 P 的概率是選擇袋子 Q 的兩倍。如果從選中的袋子中抽出一支紅色筆，求這支紅筆來自袋子 Q 的概率。

4.

What is the sum of all two-digit numbers which leave remainder 7 when they are divided by 9 ?

求所有除以 9 後餘數為 7 的兩位數字之和。

求所有除以 9 后余数为 7 的两位数字之和。

5.

Find the smallest positive value of x satisfying the equation $\log_{\cos x} \sin x + \log_{\sin x} \cos x = 2$.

找出滿足方程式 $\log_{\cos x} \sin x + \log_{\sin x} \cos x = 2$ 的最小正數 x 。

找出满足方程式 $\log_{\cos x} \sin x + \log_{\sin x} \cos x = 2$ 的最小正数 x 。

6.

If the roots of the equation $(c^2 - ab)x^2 - 2(a^2 - bc)x + (b^2 - ac) = 0$ for $a \neq 0$ are real and equal, then the value of $a^3 + b^3 + c^3$ is :

如果方程式 $(c^2 - ab)x^2 - 2(a^2 - bc)x + (b^2 - ac) = 0$ 在 $a \neq 0$ 的情況下有實數且相等的根，則 $a^3 + b^3 + c^3$ 的值為：

如果方程式 $(c^2 - ab)x^2 - 2(a^2 - bc)x + (b^2 - ac) = 0$ 在 $a \neq 0$ 的情况下有实数且相等的根，则 $a^3 + b^3 + c^3$ 的值为：

7.

Three circles have the centres at A , B , C and each circle touches the other two externally. If $AB = 5$ cm, $BC = 7$ cm, $CA = 6$ cm, find the radii of the three circles.

三個圓心分別位於 A 、 B 、 C ，每個圓外切其他兩個圓。若 $AB = 5$ 公分， $BC = 7$ 公分， $CA = 6$ 公分，求這三個圓的半徑。

三个圆心分别位于 A 、 B 、 C ，每个圆外接其他两个圆。若 $AB = 5$ 厘米， $BC = 7$ 厘米， $CA = 6$ 厘米，求这三个圆的半径。

8.

In a cylindrical vessel of diameter 36 cm filled up with sufficient quantity of water, a solid spherical ball of radius 9 cm is completely immersed. What is the increase in height of water level?

在直徑 36 公分的圓柱形容器中裝足夠的水，將一個半徑 9 公分的實心球完全浸入其中。水位上升了多少？

在直径 36 厘米的圆柱形容器中装足够的水，将一个半径 9 厘米的实心球完全浸入其中。水位上升了多少？

9.

A square hole of cross-sectional area 4 cm^2 is drilled across a cube with its length parallel to a side of the cube. If an edge of the cube measures 5 cm, what is the total surface area of the body so formed?

在一個邊長為 5 公分的立方體上，鑽了一個截面積為 4 平方公分的方形孔，孔的長度與立方體的一邊平行。求形成的物體的總表面積。

在一个边长为 5 厘米的立方体上，钻了一个截面积为 4 平方厘米的方形孔，孔的长度与立方体的一边平行。求形成的物体的总表面积。

10.

One side of an equilateral triangle is 24 cm. The mid-points of its sides are joined to form another triangle whose mid-points are in turn joined to form still another triangle. This process continues indefinitely. Find the sum of the perimeters of all the triangles.

一個邊長為 24 公分的等邊三角形，其邊的中點相連形成另一個三角形，再將該三角形的邊的中點連接形成另一個三角形，這個過程無限重複。求所有三角形的周長之和。

一个边长为 24 厘米的等边三角形，其边的中点相连形成另一个三角形，再将该三角形的边的中点连接形成另一个三角形，这个过程无限重复。求所有三角形的周长之和。

11.

Find remainder when $x^5 - 9x^2 + 12x - 14$ is divided by $(x - 3)$.

求 $x^5 - 9x^2 + 12x - 14$ 被 $(x - 3)$ 除時的餘數。

求 $x^5 - 9x^2 + 12x - 14$ 被 $(x - 3)$ 除时的余数。

12.

The value of α ($0 < \alpha < 2\pi$) satisfying $\operatorname{cosec} \alpha + 2 = 0$ are

滿足 $\operatorname{cosec} \alpha + 2 = 0$ 的 α 值 ($0 < \alpha < 2\pi$) 為

满足 $\operatorname{cosec} \alpha + 2 = 0$ 的 α 值 ($0 < \alpha < 2\pi$) 为

13.

The area of an isosceles triangle is a , when the angle included between the two equal sides is 60° . What will be the area if the angle included between the two equal sides becomes 120° ? (Keeping the length of equal sides same as before)

等腰三角形的面積為 a ，當兩個相等的邊之間的夾角為 60° 時。如果這個夾角變成 120° ，面積將會是多少？（等邊的長度和之前保持一樣）

等腰三角形的面积为 a ，当两个相等的边之间的夹角为 60° 时。如果这个夹角变成 120° ，面积将会是多少？（等边的长度和之前保持一样）

14.

In the ΔABC , $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm and $AC = 4$ cm. D is the middle-point of AC . If a square is constructed on the side BD , what is the area of the square?

在 ΔABC 中, $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm, $AC = 4$ cm。 D 是 AC 的中點。如果在 BD 邊上構造一個正方形, 這個正方形的面積是多少?

在 ΔABC 中, $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm, $AC = 4$ cm。 D 是 AC 的中点。如果在 BD 边上构造一个正方形, 这个正方形的面积是多少?

15.

In ΔABC , $a = 2x$, $b = 3x + 2$, $c = \sqrt{12}$ and $\angle c = 60^\circ$. Find x .

在 ΔABC 中, $a = 2x$, $b = 3x + 2$, $c = \sqrt{12}$, $\angle c = 60^\circ$ 。求 x 的值。

在 ΔABC 中, $a = 2x$, $b = 3x + 2$, $c = \sqrt{12}$, $\angle c = 60^\circ$ 。求 x 的值。

16.

Solve for x : $\log_{10} [\log_2 (\log_3 9)] = x$.

$\log_{10} [\log_2 (\log_3 9)] = x$, 求 x 的值。

$\log_{10} [\log_2 (\log_3 9)] = x$, 求 x 的值。

17.

How many odd numbers less than 1000 can be formed using the digits 0, 2, 5, 7 repetition of digits are allowed?

使用數字 0, 2, 5, 7 並允許重複數字, 可以組成多少個小於 1000 的奇數?

使用数字 0, 2, 5, 7 并允许重复数字, 可以组成多少个小于 1000 的奇数?

18.

A boy from the top of a 100 metres high building sees car moving towards the building at an angle of depression of 30° . After sometime, the angle of depression becomes 60° . Calculate the distance (in metres) travelled by the car during this time.

一個男孩從一座 100 米高的大樓頂部以 30° 的俯角看到一輛汽車向大樓移動。過了一會兒，俯角變成了 60° 。計算這段時間汽車行駛的距離（以米為單位）。

一个男孩从一座 100 米高的大楼顶部以 30° 的俯角看到一辆汽车向大楼移动。过了一会儿，俯角变成了 60° 。计算这段时间汽车行驶的距离（以米为单位）。

19.

Let $ABCD$ be a quadrilateral in which AB is parallel to CD and perpendicular to AD , $AB = 3 CD$, the area of quadrilateral is 4 sq. unit. If a circle can be drawn touching all the sides of the quadrilateral, then the radius of the circle is

設 $ABCD$ 是一個四邊形，其中 AB 平行於 CD 且垂直於 AD ， $AB = 3 CD$ ，四邊形的面積為 4 平方單位。如果可以畫一個圓，觸及四邊形的所有邊，則該圓的半徑是

设 $ABCD$ 是一个四边形，其中 AB 平行于 CD 且垂直于 AD ， $AB = 3 CD$ ，四边形的面积为 4 平方单位。如果可以画一个圆，触及四边形的所有边，则该圆的半径是

20.

Two identical circles intersect so that their centres, and the points at which they intersect, form a square of side 1 cm. The area in sq cm of the portion that is common to the two circles is:

兩個相同的圓相交，它們的圓心和相交點形成邊長為 1 公分的正方形。兩個圓的共同部分的面積（以平方公分為單位）為：

两个相同的圆相交，它们的圆心和相交点形成边长为 1 公分的正方形。两个圆的共同部分的面积（以平方公分为单位）为：

END OF PAPER