

| Grade:11 & 12 | Mathematics Olympiad 奧數 奥数 |

Max Marks: 200

滿分: 200

满分: 200

Time Allotted: 60 Mins

時限: 60 分鐘

时限: 60 分钟

Instructions:

- Question number 1 to 20 are of short answer type.

第 1 至 20 題為簡答題。

第 1 至 20 题为简答题。

- Each question carries 10 Marks.

每題 10 分。

每题 10 分。

1.

Perpendiculars are drawn from points on the line $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$ to the plane $x + y + z = 3$. The feet of perpendiculars lie on the line

從直線 $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$ 上的點到平面 $x + y + z = 3$ 繪製垂直線。垂線的腳位於直線上

从直线 $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$ 上的点到平面 $x + y + z = 3$ 绘制垂直线。垂线的脚位于直线上

2.

Four persons independently solve a certain problem correctly with probabilities $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$. Then the probability that the problem is solved correctly by at least one of them is

四個人各自嘗試解決一個問題，其成功機率分別為 $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ 。則該問題至少由其中一人正確解決的機率為

四个人各自尝试解决一个问题，其成功机率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ 。则该问题至少由其中一人正确解决的机率为

3.

The number of points in $(-\infty, \infty)$, for which $x^2 - x \sin x - \cos x = 0$, is

倘若 $x^2 - x \sin x - \cos x = 0$, 那麼 $(-\infty, \infty)$ 總共有多少個點?

倘若 $x^2 - x \sin x - \cos x = 0$, 那麼 $(-\infty, \infty)$ 總共有多少個點?

4.

The value of $\cot \left(\sum_{n=1}^{23} \cot^{-1} \left(1 + \sum_{k=1}^n 2k \right) \right)$ is

以上算式的數值為

以上算式的數值為

5.

A bird is sitting on the top of a vertical pole 20 m high and its elevation from a point O on the ground is 45° . It flies off horizontally straight away from the point O. After one second, the elevation of the bird from O is reduced to 30° . Then the speed (in m/s) of the bird is:

一隻鳥坐在一根 20 米高的垂直桿頂上，它與地面 O 點的仰角是 45° 。它水平地向 O 點的相反方向飛走。一秒鐘後，小鳥與 O 的仰角減小到 30° 。那麼小鳥的速度（以米、秒為單位）為：

一只鸟坐在一根 20 米高的垂直杆顶上，它与地面 O 点的仰角是 45° 。它水平地向 O 点的相反方向飞走。一秒钟后，小鸟与 O 的仰角减小到 30° 。那么小鸟的速度（以米、秒为单位）为：

6.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin (\pi \cos ^2 x)}{x^2}$ is equal to :

以上算式的數值為

以上算式的數值為

7.

If $X = \{4^n - 3n - 1 : n \in N\}$ and $Y = \{9(n - 1) : n \in N\}$, where N is the set of natural numbers. Then $X \cup Y$ is equal to

N 是自然數的集合。如果 $X = \{4^n - 3n - 1 : n \in N\}$ 且 $Y = \{9(n - 1) : n \in N\}$, 那麼 $X \cup Y$ 等於

N 是自然数的集合。如果 $X = \{4^n - 3n - 1 : n \in N\}$ 且 $Y = \{9(n - 1) : n \in N\}$, 那么 $X \cup Y$ 等于

.....

8.

Three positive numbers form an increasing G.P. If the middle term in this G.P. is double, new numbers are in A.P. Then the common ratio of the G.P. is:

三個正數形成一個遞增的幾何數列。如果這個幾何數列的中間項加倍，就會形成一個等差數列。那麼幾何數列的公比是：

三个正数形成一个递增的几何数列。如果这个几何数列的中间项加倍，就会形成一个等差数列。那么几何数列的公比是：

.....

9.

If $(10)^9 + 2(11)^1(10)^8 + 3(11)^2(10)^7 + + 10(11)^9 = k(10)^9$, then k is equal to:

如果 $(10)^9 + 2(11)^1(10)^8 + 3(11)^2(10)^7 + + 10(11)^9 = k(10)^9$, 那麼 k 等於:

如果 $(10)^9 + 2(11)^1(10)^8 + 3(11)^2(10)^7 + + 10(11)^9 = k(10)^9$, 那么 k 等于:

.....

10.

The equation of the circle passing through the foci of the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$, and having centre at $(0, 3)$ is

通過橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 焦點，且中心位於 $(0, 3)$ 的圓的方程式為

通过椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 焦点，且中心位於 $(0, 3)$ 的圆的方程為

11.

The expression $\frac{\tan A}{1 - \cot A} + \frac{\cot A}{1 - \tan A}$ can be written as

以上的算式可被簡化為：
以上的算式可被简化为：

.....
12.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos 2x)(3 + \cos x)}{x \tan 4x}$ is equal to

以上算式的答案是：
以上算式的答案是：

.....
13.

If the lines $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{-k}$ and $\frac{x-1}{k} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{1}$ are coplanar, then k can have

如果以上兩條綫共面，那麼 k 可以有：
如果以上两条线共面，那么 k 可以有：

.....
14.

If the equations $x^2 + 2x + 3 = 0$ and $ax^2 + bx + c = 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, have a common root, then find a:b:c

倘若 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 和 $ax^2 + bx + c = 0$ 兩條方程中, $a, b, c \in \mathbb{R}$ 有同根, 那麼請找出a:b:c

倘若 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 和 $ax^2 + bx + c = 0$ 兩条方程中, $a, b, c \in \mathbb{R}$ 有同根, 那么请找出a:b:c

.....
15.

If A is an 3×3 non-singular matrix such that $AA' = A'A$ and $B = A^{-1}A'$, then BB' equals

如果 A 是一個 3×3 非奇異矩陣, $AA' = A'A$ 且 $B = A^{-1}A'$, 則 BB' 等於

如果 A 是一个 3×3 非奇异矩阵, $AA' = A'A$ 且 $B = A^{-1}A'$, 則 BB' 等于

16.

If z is a complex number such that $|z| \geq 2$, then the minimum value of $|z + \frac{1}{2}|$ is

若 z 是複數，且 $|z| \geq 2$ ，則 $|z + \frac{1}{2}|$ 的最小值為

如果 z 是复数，且 $|z| \geq 2$ ，則 $|z + \frac{1}{2}|$ 的最小值为

.....

17.

Let $f_k(x) = \frac{1}{k}(\sin^k x + \cos^k x)$ where $x \in \mathbb{R}$ and $k \geq 1$. Then $f_4(x) - f_6(x)$ equals

設 $f_k(x) = \frac{1}{k}(\sin^k x + \cos^k x)$ ，其中 $x \in \mathbb{R}$ ， $k \geq 1$ 。那麼 $f_4(x) - f_6(x)$ 等於

设 $f_k(x) = \frac{1}{k}(\sin^k x + \cos^k x)$ ，其中 $x \in \mathbb{R}$ ， $k \geq 1$ 。那么 $f_4(x) - f_6(x)$ 等于

.....

18.

Let PS be the median of the triangle with vertices P(2, 2), Q(6, -1) and R(7, 3). The equation of the line passing through (1, -1) and parallel to PS is

設 PS 是頂點為 P (2, 2)、Q (6, -1) 和 R (7, 3) 的三角形的中線。經過 (1, -1) 且平行於 PS 的直線的方程為

设 PS 是顶点为 P (2, 2)、Q (6, -1) 和 R (7, 3) 的三角形的中线。经过 (1, -1) 且平行于 PS 的直线的方程为

.....

19.

Let A be the sum of the first 20 terms and B be the sum of the first 40 terms of the series.

設 A 是下列數列前 20 項的和，B 是前 40 項的和。

设 A 是下列数列前 20 项的和，B 是前 40 项的和。

$$1^2 + 2.2^2 + 3^2 + 2.4^2 + 5^2 + 2.6^2 + \dots \dots \dots$$

If $B - 2A = 100\lambda$, then λ is equal to:

如果 $B - 2A = 100\lambda$ ，那麼 λ 等於：

如果 $B - 2A = 100\lambda$ ，那么 λ 等于：

.....

20.

The slope of the line touching both the parabolas $y^2 = 4x$ and $x^2 = -32y$ is

同時觸及拋物線 $y^2 = 4x$ 和 $x^2 = -32y$ 的直線的斜率是

同时触及抛物线 $y^2 = 4x$ 和 $x^2 = -32y$ 的直线的斜率是

.....

END OF PAPER